Des résultats de rupture de symétrie
Gisella Croce

Dans ce séminaire nous exposerons des résultats de symétrie et perte de symétrie pour les minimiseurs de deux fonctionnelles. La première fonctionnelle sera définie par

$$v \in W_0^{1,p}(\Omega, |x|^\alpha) \to \frac{\displaystyle\int_\Omega |\nabla v|^p \, |x|^\alpha \, dx}{\left(\displaystyle\int_\Omega |v|^q \, |x|^\gamma \, dx\right)^{p/q}}$$

pour $p, q \geq 1$, $\gamma \geq \alpha > -N$, où B est une boule centrée en l'origine. Nous montrerons un résultat de perte de radialité des minimiseurs, qui généralise celui obtenu par D. Smets, J. Su et M. Willem dans le cas $p = 2, \alpha = 0$.
Nous étudiérons ensuite la fonctionnelle

$$J(v) = \frac{\displaystyle\int_B |x|^\alpha |\nabla v|^2 \, dx}{\left(\displaystyle\int_B |x|^\alpha |v|^q \, dx\right)^{2/q}}\,, \qquad v \in W^{1,2}(B, |x|^\alpha), \quad \int_B |x|^\alpha v \, dx = 0\,,$$

où B est la boule unité centrée en l'origine, $2 \leq q < 2^*$ et $-N < \alpha < N$. Nous montrerons que les minimiseurs sont à symétrie sphérique. En dimension 2, cela implique la symétrie par rapport à un axe, par exemple l'axe x_1, si $x = (x_1, x_2)$. Nous montrerons ensuite que les minimiseurs sont antisymétriques par rapport à l'axe x_2 pour $q = 2$, et qu'ils ne le sont pas pour q suffisamment grand. Ce problème a été motivé par des phénomènes de perte de symétrie montrés par P. Girão et T. Weth pour la fonctionnelle J dans le cas $\alpha = 0$.

Les résultats exposés ont été obtenus en collaboration avec F. Brock, F. Chiacchio et A. Mercaldo.